

令和3年度・個別学力検査

数 学 (理)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験開始後、すべての解答用紙の氏名欄、受験番号欄に氏名(カタカナ)及び受験番号を記入しなさい。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。また、氏名(カタカナ)及び受験番号以外の文字、数字などは、絶対に記入してはいけません。
3. 答えは解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
5. 試験終了後、問題冊子および下書用紙は持ち帰りなさい。

答案ではことわりがない限り求める手順をわかりやすく説明しなさい。

令和3年度個別学力検査

総合生命理学部 後期課程
数 学 Ⅱ 問 題 集

名古屋国立大学 学生課入試係 052-853-8020

許可なしに転載、複製
することを禁じます。

◇M9(136-72)

1. 次の問いに答えよ。

- (1) $0 < x < \pi$ の範囲で、方程式 $\sin^3 x = \sin 2x$ は、ただ 1 つの解をもつことを示せ。また、その解を α とするとき、 $\cos \alpha$ の値を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq \pi$ の範囲で、2 つの曲線 $y = \sin^3 x$ と $y = \sin 2x$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

2. 辺の長さが1の正四面体OABCについて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。点P, Q, R, Sをそれぞれ辺OA, AB, BC, OC上にとる。OP : PA = 1 : 2, AQ : QB = 1 : 2, BR : RC = 1 : 2, CS : SO = 1 : 2を満たすとき、次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル \overrightarrow{PR} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。さらに、4点P, Q, R, Sが同一平面上に存在しないことを示せ。
- (2) 内積 $\overrightarrow{PS} \cdot \overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}$ を求めよ。
- (3) 平面PQS上に点Hをとる。直線RHが平面PQRと直交するとき、ベクトル \overrightarrow{RH} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。さらに、四面体PQRSの体積を求めよ。

3. n は自然数とする。 xy 平面上に点 $P_1, P_2, \dots, P_n, \dots$ がある。点 P_n の座標を (x_n, y_n) で表す。各点の座標は次の規則に従って定まっている。

$$(x_1, y_1) = (1, 0), \quad (x_{n+1}, y_{n+1}) = \begin{cases} (2x_n, y_n) & x_n = y_n \text{ のとき} \\ (x_n, y_n + 1) & x_n \neq y_n \text{ のとき} \end{cases}$$

次の問いに答えよ。

- (1) $t(n) = 2^n + n + 1$ とするとき

$$(x_{t(n)}, y_{t(n)}) = (2^n, 2^n)$$

となることを数学的帰納法を用いて証明せよ。

- (2) P_{8200} の x 座標を求めよ。
(3) 数列 $\{y_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。このとき、 S_{130} を求めよ。

4. N 個の玉が入った袋と空の箱がある。玉には 1 番から N 番までの異なる番号がつけられている。また、1 番から M 番までは赤い玉、 $(M+1)$ 番から N 番までは白い玉である。袋の中から無作為に r 個の玉を取り出して箱の中に移すという試行を k 回繰り返したときに、箱の中の赤い玉が s 個であるという事象を $E(k, s)$ とする。次の (1)~(4) の空欄ア~シに当てはまる式を求めよ。ただし、 $N \geq 2, 1 \leq r(r+1) \leq M, 1 \leq r(r+1) \leq N-M$ であるものとする。なお、(1)~(3) については解答だけでよい。また、 ${}_n C_m$ は n 個から m 個取る組合せの総数を表す。

(1) 試行を r 回繰り返した直後に、箱の中にある玉の組合せの総数 X を N, r を用いて表すと

$$X = \boxed{\text{ア}} C \boxed{\text{イ}}$$

である。

(2) $E(r, s)$ が起きた直後に、箱の中にある赤い玉の組合せの総数 Y を M, s を用いて表すと

$$Y = \boxed{\text{ウ}} C \boxed{\text{エ}}$$

である。

(3) 確率 $P(E(r, s))$ を N, M, r, s を用いて表すと

$$P(E(r, s)) = \frac{Y \times \boxed{\text{オ}} C \boxed{\text{カ}}}{X}$$

である。

(4) t は自然数で $t \leq s, t \leq r$ とするとき、 $E(r, s-t)$ が起こったときの $E(r+1, s)$ が起こる条件付き確率 $P(E(r+1, s) | E(r, s-t))$ を N, M, r, s, t を用いて表すと

$$P(E(r+1, s) | E(r, s-t)) = \frac{\boxed{\text{ケ}} C \boxed{\text{コ}} \times \boxed{\text{サ}} C \boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{キ}} C \boxed{\text{ク}}}$$

である（求める手順をわかりやすく説明すること）。

問題訂正

科目名 : 数学 (後期)

3ページ 下から 2行目

(誤) …直線RHが平面PQRと直交するとき, …

(正) …直線RHが平面PQSと直交するとき, …